Integralrechnung: Das bestimmte Integral

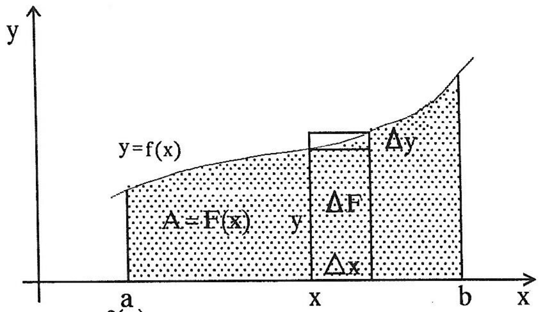
Se/Ki

Die Fläche A im Intervall [a,b] ist eine Funktion F(x). Vermutung: F(x) ist eine Integralfunktion von f(x).

$x+\Delta x \;\Rightarrow\; y+\Delta y \;\Rightarrow\; A=F(x)+\Delta F$

$\Delta x \cdot y \;<\; \Delta F \;<\; \Delta x \cdot (y+\Delta y)$

$y \;<\; \frac{\Delta F}{\Delta x} \;<\; y+\Delta y$



$\Delta x \to 0 \;\Rightarrow\; \frac{\Delta F}{\Delta x} \to \frac{dF}{dx} \to F'(x)$ und $F'(x) = y = f(x)$

$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta x} = F'(x) = y\ f(x)$ $\Rightarrow$ Fläche A ist Integralfunktion F(x) von f(x).

$$\boxed{A = \int F'(x) \cdot dx = \int f(x) \cdot dx = F(x)+c}$$

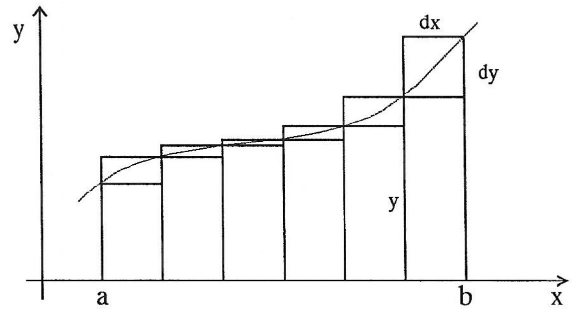
Die Fläche genau an der Stelle a ist 0: $A(a) = F(a)+c = 0$ und $A(a;x) = F(x)-F(a)$

Die Fläche im Intervall [a,b] ist: $A(a,b) = F(b)-F(a) = \int_a^b f(x) \cdot dx$

Der Term $\int_a^b f(x) \cdot dx$ ist das bestimmte Integral von f(x) in den Grenzen a und b. Er bestimmt die Fläche A, die begrenzt wird von der Abszisse, der Funktion f(x) sowie die Geraden x=a und x=b.

Die Fläche A=F(x) wird in n Streifen zerlegt, so daß n Rechtecke unter und n Rechtecke über dem Graphen enden. Für $n \to \infty$ geht die Differenz beider Rechtecksummen gegen 0. $\Rightarrow$

Fläche der oberen Rechtecksumme
= Fläche der unteren Rechtecksumme
= Fläche unter dem Graphen.



A = Summe der n Rechtecke von x=a bis x=b.

$$A = \sum_{x=a}^{b} y \cdot dx = \sum_{x=a}^{b} f(x) \cdot dx$$

Für $n \to \infty$ bzw. $dx \to 0 \Rightarrow$ Rechteck wird zum y-Strich; die Summe aller Rechtecke = Summe aller y-Werte von a bis b.

$$\boxed{A(a;b) = \int_a^b y \cdot dx = \int_a^b f(x) \cdot dx}$$